

# Über die Anwendbarkeit der Linienumkehrmethode zur Messung der Elektronentemperatur in einem schwach ionisierten Edelgas-Alkali-Plasma

W. RIEDMÜLLER, G. BREDERLOW und M. SALVAT

Institut für Plasmaphysik, 8046 Garching bei München

(Z. Naturforsch. 23 a, 731—743 [1968]; eingegangen am 21. Februar 1968)

When an electric current is passed through a rare-gas alkali plasma the electron temperature rises above the gas temperature. This effect was investigated in a streaming argon-potassium plasma at atmospheric pressure and a gas temperature of 2000 °K. The applicability of the line reversal method to the measurement of the electron temperature has been investigated. General conditions under which the electron temperature equals the line reversal temperature have been derived. In the case studied, the plasma had to be optically thick for the resonance radiation used. The electron temperature was measured with this method as a function of the current density. The results were compared with the values calculated from the theory and with the values calculated from the also measured conductivities. For electron temperatures above 2400 °K all three give the same results.

Die Linienumkehrmethode wird schon seit langer Zeit erfolgreich zur Messung der Temperatur von Flammen verwendet. In dieser Arbeit soll die Frage geklärt werden, ob dieses Verfahren zur Messung der Elektronentemperatur in einem schwach ionisierten, mit einem geringen Alkalizusatz versetzten Edelgas, wie es für magnetohydrodynamische Energiewandler verwendet werden soll, geeignet ist.

Dem Verfahren liegt die Beobachtung zugrunde, daß eine Spektrallinie, die man vor dem kontinuierlichen Hintergrund eines Vergleichsstrahlers betrachtet, je nach dessen Helligkeit, in Emission oder Absorption erscheint. Verschwindet die Linie im Kontinuum und gilt für das untersuchte Plasma das Kirchhoffsche Gesetz, dann ist dessen Temperatur gleich der schwarzen Temperatur des Vergleichsstrahlers. Zur experimentellen Bestimmung von Flammtemperaturen wurde dieses Verfahren erstmals von KURLBAUM<sup>1</sup> verwendet. Die Übereinstimmung der Umkehrtemperatur mit der Gastemperatur thermischer Flammen wurde von KOHN<sup>2</sup> und von GRIFFITHS und AWBERY<sup>3</sup> nachgewiesen. Die Übertragung dieses Meßverfahrens auf kurzfristig einmal ablaufende Vorgänge gelang RÖSSLER<sup>4</sup> und MOUTET<sup>5</sup>. Auch zur Temperaturbestimmung an Stoßwellenexperimenten wurde die Linienumkehrmethode herangezogen (CLOUSTON, GAYDON und GLASS<sup>6</sup>). Schließlich beschrieben BUNDY und STRONG<sup>7</sup> ein Verfahren,

das es ermöglicht, mit Hilfe eines Interferometers die Temperaturverteilung in Flammen mit komplizierter Struktur zu erfassen. Um aus der gemessenen Umkehrtemperatur die Temperaturen der verschiedenen Gebiete innerhalb der Flamme berechnen zu können, ist die Kenntnis der optischen Schichtdicke der einzelnen Gebiete erforderlich. Auch sie beschränken ihre Diskussionen auf Flammen mit lokalem thermischen Gleichgewicht.

In dieser Arbeit wird die Anwendbarkeit der Linienumkehrmethode für ein Plasma, bei dem die Elektronentemperatur von der Gastemperatur abweichen kann, überprüft. Hierzu werden die theoretischen Grundlagen dieser Methode dargestellt und eine Beziehung zwischen der gemessenen Umkehrtemperatur, der Elektronentemperatur und der Gastemperatur aufgestellt. Außerdem wird ein Verfahren angegeben, das eine schnelle und übersichtliche Bestimmung der Umkehrtemperatur ermöglicht und gleichzeitig die optische Schichtdicke des untersuchten Plasmas im verwendeten Frequenzintervall liefert. Zum Schluß berichten wir über Messungen an einem strömenden Argon-Kalium-Gemisch bei 2000 °K und Atmosphärendruck, in dem unter der Einwirkung eines elektrischen Stromes die Elektronentemperatur über die Gastemperatur steigt. Diese Elektronentemperaturerhöhung wird als Funktion der elektrischen Stromdichte mit Hilfe der Linien-

<sup>1</sup> KURLBAUM, Phys. Z. 3, 187, 332 [1902].

<sup>2</sup> H. KOHN, Ann. Phys. 44, 749 [1914].

<sup>3</sup> E. GRIFFITHS u. J. H. AWBERY, Proc. Roy. Soc. London A 123, 401 [1929].

<sup>4</sup> F. RÖSSLER, Z. Angew. Phys. 4, 22 [1952].

<sup>5</sup> A. MOUTET, Rech. Aeronaut. 27, 21 [1952].

<sup>6</sup> I. G. CLOUSTON, A. G. GAYDON, F. GLASS u. I. GLASS, Proc. Roy. Soc. London A 248, 429 [1958].

<sup>7</sup> H. M. STRONG u. F. P. BUNDY, J. Appl. Phys. 25, 1520 [1954].



umkehrmethode gemessen. Der gemessene Verlauf wird mit den aus der Theorie sich ergebenden Werten und mit den Elektronentemperaturen, die sich aus der ebenfalls gemessenen elektrischen Leitfähigkeit berechnen lassen, verglichen.

## 1. Theorie

Das Prinzip der Linienumkehrmethode beruht auf folgenden Überlegungen: Durch das Plasma, dessen Temperatur man messen will, wird das Licht einer kontinuierlich strahlenden Vergleichslampe geschickt. Beim Eintritt in das Plasma an der Stelle  $x=0$  sei deren Intensität  $J_\nu$ , der man eine schwarze Temperatur  $T_s$  zuordnen kann, so daß

$$J_\nu(x=0) = B_\nu(T_s) \equiv 2 h \nu^3/c^2 (e^{h\nu/kT_s} - 1), \quad (1)$$

wobei  $B_\nu$  die Kirchhoff-Planck-Funktion bedeutet. Beim Durchgang durch eine Materieschicht erfährt dieses Licht eine Änderung seiner Intensität gemäß der Strahlungstransportgleichung

$$dJ_\nu/dx = \varepsilon_\nu - \varkappa'_\nu J_\nu. \quad (2)$$

Wenn das Emissionsvermögen  $\varepsilon_\nu$  und der Absorptionskoeffizient  $\varkappa'_\nu$ , bei dem die induzierten Emissionen als negative Absorption gezählt werden müssen, längs der Beobachtungsrichtung konstant sind, beträgt die aus dem Plasma an der Stelle  $x=l$  austretende Intensität:

$$J_\nu(x=l) = B_\nu(T_s) \exp\{-\varkappa'_\nu l\} + (\varepsilon_\nu/\varkappa'_\nu) (1 - \exp\{-\varkappa'_\nu l\}). \quad (3)$$

Diese Intensität vergleicht man mit der des Vergleichsstrahlers allein, die außerhalb der betrachteten Linie ungestört durch das Plasma hindurchgeht. Die Temperatur  $T_s$  wird so eingestellt, daß die Linie im Kontinuum des Vergleichsstrahlers verschwindet, d. h. mit der Umkehrbedingung

$$J_\nu(x=l) = J_\nu(x=0) = B_\nu(T_s) \quad (4)$$

folgt für die Umkehrintensität:

$$B_\nu(T_s) = \varepsilon_\nu/\varkappa'_\nu. \quad (5)$$

Um Aussagen über die Umkehrtemperatur  $T_s$  machen zu können, ist es also erforderlich, das Verhältnis  $\varepsilon_\nu/\varkappa'_\nu$ , das mit dem Besetzungsverhältnis der Energieniveaus der verwendeten Linie zusammenhängt, zu untersuchen. Hierzu betrachten wir die beiden Energiezustände  $i$  und  $k$ , deren Besetzungsichten  $n_i$  und  $n_k$ , deren statistische Gewichte  $g_i$  und  $g_k$  und deren Energiedifferenz  $h\nu$  beträgt. Mit den

Einstein-Milneschen Übergangswahrscheinlichkeiten  $A_{ki}$  für spontane Emission,  $B_{ik}$  für Absorption und  $B_{ki}$  für induzierte Emision und dem auf 1 normierten Linienprofil  $\varphi(\nu)$ , das für Emision und Absorption gleich angenommen wird, erhalten  $\varepsilon_\nu$  und  $\varkappa'_\nu$  die folgende Form:

$$\varepsilon_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \varphi(\nu) n_k A_{ki}, \quad (6a)$$

$$\varkappa'_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \varphi(\nu) [n_i B_{ik} - n_k B_{ki}]. \quad (6b)$$

Berücksichtigt man die Beziehungen zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten

$$\frac{A_{ki}}{B_{ik}} = \frac{g_i}{g_k} 2 h \nu^3/c^2, \quad (7a) \qquad \frac{B_{ik}}{B_{ki}} = \frac{g_i}{g_k} \quad (7b)$$

und führt man die Besetzungstemperatur  $T_b$  ein, die folgendermaßen definiert ist:

$$\frac{n_k}{n_i} = \frac{g_k}{g_i} e^{-h\nu/kT_b}, \quad (8)$$

dann wird  $\varepsilon_\nu/\varkappa'_\nu = B_\nu(T_b)$ . Daraus folgt mit Gl. (5) im Umkehrfall  $T_s = T_b$ . Man mißt also mit der Linienumkehrmethode die Besetzungstemperatur der an der Linienemission beteiligten Niveaus. Eine Einschränkung der Anwendungsmöglichkeiten dieses Verfahrens bedeutet die Forderung, daß das untersuchte Plasma längs der Beobachtungsrichtung einen homogenen Emissions- und Absorptionskoeffizienten besitzen muß. Der entscheidende Vorteil dieser Meßmethode liegt darin, daß bei geeigneter Eichung der Vergleichslampe deren Temperatur im Umkehrfall unmittelbar gleich der Besetzungstemperatur ist. Zusätzliche Informationen über optische Schichtdicken oder Übergangswahrscheinlichkeiten sind nicht erforderlich. Die Genauigkeit der Methode wird durch eine graphische Darstellung (Abb. 1) veranschaulicht. Aufgetragen ist die an einer beliebigen Stelle innerhalb der Linie zu beobachtende Intensität  $J_\nu$  als Funktion der Vergleichsintensität  $B_\nu(T_s)$ : Man erhält eine Gerade [vgl. Gl. (3)], deren Steigung  $\text{tg } \alpha = \exp\{-\varkappa'_\nu l\}$  durch die optische Schichtdicke gegeben ist und deren Abszissenabschnitt bei der Intensität 0 des Vergleichsstrahlers

$$(\varepsilon_\nu/\varkappa'_\nu) (1 - \exp\{-\varkappa'_\nu l\})$$

ist. Ihr Schnittpunkt mit der Geraden  $J_\nu = B_\nu(T_s)$  liefert die Umkehrintensität. Die Gleichheit der beiden Intensitäten ist jedoch nur bis auf eine durch die Meßgenauigkeit gegebene Größe feststellbar. Man hat also keinen genauen Umkehrpunkt, sondern

einen Umkehrbereich, dessen Größe sich aus einer einfachen geometrischen Beziehung in Abb. 1 ergibt zu  $\Delta B_\nu = \Delta J_\nu / 1 - \exp\{-\alpha'_\nu l\}$ .

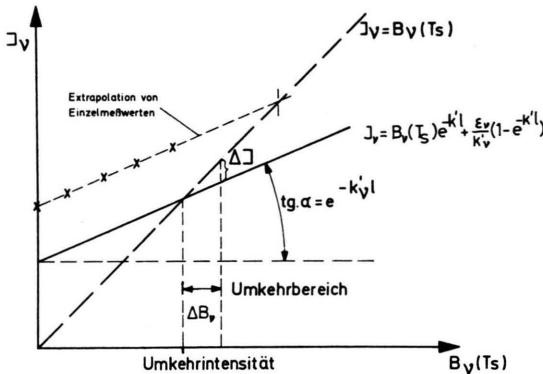


Abb. 1. Prinzipskizze zur Linienumkehrmethode.

Die Ungenaugigkeit der Umkehrtemperatur ergibt sich daraus in dem Bereich der Wienschen Näherung des Planckschen Gesetzes mit Hilfe der Beziehung  $\Delta B_\nu / B_\nu = (\Delta T / T) \cdot h \nu / k T$  zu

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta J_\nu}{B_\nu} / \frac{h \nu}{k T} (1 - \exp\{-\alpha'_\nu l\}). \quad (9)$$

Der relative Fehler, den man bei dem Intensitätsvergleich begeht, macht sich also bei der Bestimmung der Temperatur umso weniger bemerkbar, je kleiner die Temperatur und je größer die optische Schichtdicke und die Energiedifferenz der Niveaus der verwendeten Linie ist. Für Alkali-Resonanzlinien bei einer Temperatur von 2000 °K ist  $h \nu / k T$  in der Größenordnung 10. Soll in diesem Fall der Fehler bei der Messung der Umkehrtemperatur nicht größer sein als der Fehler in der Intensitätsmessung ( $\Delta T / T \approx \Delta J_\nu / B_\nu$ ), so muß die optische Schichtdicke im verwendeten Frequenzintervall mindestens 0,1 betragen.

Die Frage, wie die gemessene Besetzungstemperatur mit der Elektronen- (oder Gas-)temperatur zusammenhängt, stellt sich bei der Linienumkehrmethode ebenso wie bei fast allen anderen spektroskopischen Temperaturbestimmungen und muß von Fall zu Fall untersucht werden. Dazu wird nun das Besetzungsverhältnis zwischen Grund- und Resonanzzustand von Alkaliatomen in einem schwach ionisierten Edelgas-Alkali-Plasma mit geringem Alkali-zusatz, bei dem die Temperatur und die Dichte der Elektronen erheblich von den entsprechenden Werten des Trägergases abweichen kann, untersucht. Um einen ersten Überblick über die Abhängigkeit der

Besetzung von der Elektronentemperatur, der Gas-temperatur und den Strahlungsverlusten zu erhalten, legen wir zunächst ein 2-Niveau-Atommodell zugrunde. Später wird geprüft, ob dieses Modell die vorliegenden Verhältnisse in guter Näherung wieder-gibt. Zur Berechnung des Besetzungsverhältnisses hat man eine Bilanz der Einzelprozesse aufzustellen, die im stationären Fall lautet: Die Zahl der Bevölkerungsprozesses eines Niveaus ist gleich der Zahl der Entvölkerungen. Es werden Anregungs- bzw. Löschungsstöße durch Elektronen und durch Atome bzw. eventuell vorhandene Verunreinigungsmoleküle und spontane Emissionen und Absorptionen berücksichtigt. Die induzierten Emissionen werden vernachlässigt, da die Alkaliresonanzlinien nur in einem Temperaturbereich bei 2000 °K betrachtet werden sollen, in dem  $h \nu / k T \approx 10$  ist. Die Besetzungsbilanz lautet dann:

$$n_0 \left( n_e K_{01}^e + n_A K_{01}^A + \int_{\Omega, \nu} B_{01} J_\nu \frac{\varphi(\nu)}{4 \pi} d\nu d\Omega \right) = n_1 (n_e K_{10}^e + n_A K_{10}^A + A_{10}). \quad (10)$$

Die Wahrscheinlichkeiten  $K_{01}^e$  bzw.  $K_{01}^A$  für Elektronen- bzw. Atomstoßanregung sind mit den entsprechenden Koeffizienten  $K_{10}^e$  bzw.  $K_{10}^A$  durch Beziehungen, die sich aus dem Prinzip vom detaillierten Gleichgewicht ergeben, verbunden:

$$\frac{K_{01}^e}{K_{10}^e} = \frac{g_1}{g_0} e^{-h\nu/kT_e} \equiv b(T_e), \quad (11a)$$

$$\frac{K_{01}^A}{K_{10}^A} = \frac{g_1}{g_0} e^{-h\nu/kT_A} \equiv b(T_A). \quad (11b)$$

Führt man die über den ganzen Raumwinkel  $\Omega$  ge-mittelte Intensität

$$J_\nu = \int_{\Omega} (J_\nu / 4 \pi) d\Omega$$

ein und charakterisiert man die Strahlungsintensität im Linienbereich durch eine Temperatur  $T_r$  mit der Definition

$$\int J_\nu \varphi(\nu) d\nu = B_\nu(T_r),$$

dann läßt sich die Zahl der Absorptionen auch folgendermaßen schreiben:

$$n_0 B_{01} B_\nu(T_r) = n_0 A_{10} b(T_r). \quad (12)$$

Damit ergibt sich das Besetzungsverhältnis zu

$$\frac{n_1}{n_0} = b(T_b) = \frac{n_e K_{10}^e b(T_e) + n_A K_{10}^A b(T_A) + A_{10} b(T_r)}{n_e K_{10}^e + n_A K_{10}^A + A_{10}}. \quad (13)$$

Wir führen das Verdünnungsverhältnis der über das Linienprofil zu integrierenden Strahlungsintensität

zur Umkehrintensität, also zu jener Intensität, die man hätte, wenn kein Strahlungsverlust vorhanden wäre, ein

$$V = \frac{B_\nu(T_r)}{B_\nu(T_b)} = \frac{b(T_r)}{b(T_b)}. \quad (14)$$

Die Bedeutung von  $V$  erkennt man am besten, wenn man den lokalen Strahlungsverlust  $R$  im Frequenzbereich der betreffenden Linie betrachtet:

$$\begin{aligned} R &= h\nu(n_1 A_{10} - n_0 \int_{\nu} J_\nu \varphi(\nu) d\nu) \\ &= h\nu n_1 A_{10}(1-V). \end{aligned} \quad (15)$$

$(1-V)$  ist also gerade der Bruchteil der Emissionen, der nicht durch Absorptionen kompensiert wird und zum Strahlungsverlust führt. Damit läßt sich das Besetzungsverhältnis auch schreiben:

$$b(T_b) = \frac{n_e K_{10}^e b(T_e) + n_A K_{10}^A b(T_A)}{n_e K_{10}^e + n_A K_{10}^A + A_{10}(1-V)}. \quad (16)$$

Mit  $W = n_e K_{10}^e / A_{10}$ , dem Verhältnis der Elektronenstoßlösungen zu den Strahlungslösungen des Resonanzniveaus und mit  $a = n_A K_{10}^A / n_e K_{10}^e$ , dem Verhältnis der Atom- zu den Elektronenstoßlösungen, lautet Gl. (16) :

$$b(T_b) = \frac{b(T_e) + a b(T_A)}{1+a+(1-V)/W}. \quad (17)$$

Man erkennt, daß die Besetzungstemperatur nur dann durch die Elektronen- und Atomstoßprozesse bestimmt ist, wenn:  $1+a \gg (1-V)/W$  ist. Das ist nur dann der Fall, wenn entweder

- die Stoßprozesse die Strahlungsprozesse überwiegen, also  $W \gg 1+a$ , wobei  $V$  einen beliebigen Wert annehmen kann, oder
- das Plasma für die untersuchte Linie optisch dick ist, so daß  $V \approx 1$  ist.  $W$  kann dann kleiner als 1 sein.

Um zu entscheiden, ob im vorliegenden Fall die Stoß- oder die Strahlungsprozesse überwiegen, wird das Verhältnis  $W$  berechnet: Der Anregungskoeffizient für Elektronenstöße ist durch folgende Gleichung bestimmt:

$$K_{01}^e = \int_{-\infty}^{\infty} Q_e(v_e) v_e f(v_e) dv_e, \quad (18)$$

wobei  $f(v_e)$  die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ist. Zieht man den Anregungsquerschnitt

$Q_e(v_e)$  als einen mittleren konstanten Querschnitt  $Q_e$  vor das Integral und integriert über eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilungsfunktion, dann erhält man:

$$K_{01}^e = \left( \frac{h\nu}{kT_e} + 1 \right) \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \overline{Q_e} e^{-h\nu/kT_e}. \quad (19)$$

Mit Gl. (11 a) ergibt sich

$$W = \frac{n_e K_{10}^e}{A_{10} b(T_e)} = \frac{g_0}{g_1} \left( \frac{h\nu}{kT_e} + 1 \right) \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \frac{n_e \overline{Q_e}}{A_{10}}. \quad (20)$$

Die zur Berechnung verwendeten Daten sind dem LANDOLT-BÖRNSTEIN<sup>8</sup> und dem Buch von MITCHELL und ZEMANSKI<sup>9</sup> entnommen und in Tab. 1 zusammengestellt.

Atom	Über-	$g_0/g_1$	$h\nu$	$\lambda [\text{\AA}]$	mittlere Lebensdauer $\tau = 1/A_{10}$ [sec]	$\overline{Q_e}$ [ $\text{cm}^2$ ]
Na	$3^2S-3^2P$	2/6	2,1	5896/5890	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-15}$
K	$4^2S-4^2P$	2/6	1,6	7699/7665	$2,7 \cdot 10^{-8}$	$\sim 10^{-15}$

Tab. 1.

Der Verlauf von  $W$  ist in Abb. 2 für Na und K als Funktion der Elektronentemperatur dargestellt, wobei für die Elektronendichte die für ein lokales thermodynamisches Gleichgewicht mit Hilfe der Saha-Gleichung berechneten Größen eingesetzt wur-

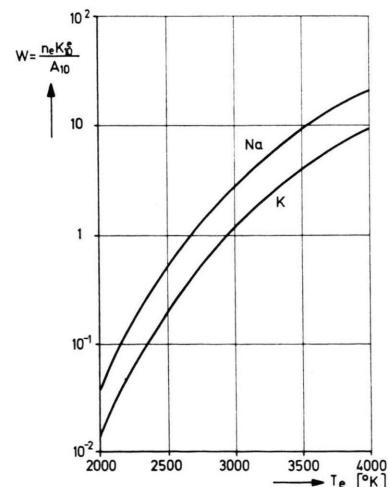


Abb. 2. Verhältnis der Elektronenstoßlösungen zu den Strahlungslösungen des Resonanzniveaus von Na und K.

<sup>8</sup> LANDOLT u. BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, Bd. 1. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.

<sup>9</sup> A. C. G. MITCHELL u. M. W. ZEMANSKY, Resonance Radiation and Excited Atoms, At the University Press, Cambridge 1961, p. 146, 151.

den. Man erkennt, daß bei  $T_e = 2000^\circ\text{K}$  die Zahl der Stoßlösungen noch erheblich kleiner als die Zahl der spontanen Emissionen ist. Erst für Elektronentemperaturen, die größer als  $3500^\circ\text{K}$  sind, überwiegen die Stoßlösungen. Soll nun im untersuchten Temperaturbereich die Besetzungstemperatur nur durch die Stoßprozesse bestimmt werden, so muß das Plasma für die Strahlung der verwendeten Linie optisch dick sein ( $V \approx 1$ ), was hier der Fall ist: Die bei der Linienumkehrmethode häufig benutzten Alkaliresonanzlinien sind nach Berechnungen von STRONG und BUNDY<sup>7</sup> und LUTZ<sup>10</sup> unter den hier vorliegenden Verhältnissen optisch dick. Bei einem Alkalizusatz von  $10^{16}$  Atomen/cm<sup>3</sup> erreicht der Absorptionskoeffizient in den Liniemitten die Größenordnung  $10^4 \text{ cm}^{-1}$ . Entscheidend ist in diesem Fall die Abweichung der über das Linienprofil zu integrierenden Strahlungsintensität von der Gleichgewichtsintensität  $B_v(T_s)$ . In einer optisch dicken Linie hat man nun in den Bereichen der Linie, in denen  $\varkappa, l \gg 1$  gilt, abgesehen von einer Randschicht der Dicke  $1/\varkappa$ , praktisch keine Strahlungsverluste. In den Linienflügeln mit  $\varkappa, l < 1$  weicht zwar die Strahlungsintensität erheblich vom Gleichgewichtswert ab, doch tragen diese Bereiche gerade wegen des hier kleinen Absorptionskoeffizienten entsprechend wenig zu dem Integral  $\int J_v \varphi(v) dv$  bei. Entscheidend ist also nicht der Strahlungsverlust in dem gerade zur Messung der Umkehrtemperatur herangezogenen Frequenzintervall, sondern der gesamte Strahlungsverlust innerhalb der Linie. Mit Hilfe der Gl. (15) kann man bei bekanntem Strahlungsverlust  $R$  die Größenordnung von  $1 - V$  abschätzen. Verwendet man den später in Kap. 4 näher diskutierten Strahlungsverlust, so ergibt sich, daß  $1 - V$  in der Größenordnung von  $10^{-3}$  liegt. Diese Überlegungen ergeben, daß hier die Voraussetzungen erfüllt sind, um mit der Linienumkehrmethode in einem Argon-Kalium-Plasma eine nur durch die Temperatur der Elektronen und möglicherweise auch durch die der Atome bestimmte Temperatur zu ermitteln. Die Strahlungsverluste beeinträchtigen nicht die Besetzungstemperatur.

Es bleibt noch die Frage zu klären, ob Anregungsstöße durch Edelgasatome und eventuell vorhandene Verunreinigungen die Besetzungstemperatur bestimmen. Da Atome im Gegensatz zu den Elek-

tronen für einen Anregungsstoß mindestens die doppelte Anregungsenergie benötigen, sind die Atomstoßanregungen bzw. -löschungen im allgemeinen vernachlässigbar; da aber hier die Elektronendichte um mehrere Größenordnungen niedriger ist als die der Atome, darf ein Einfluß nicht ausgeschlossen werden, der im folgenden abgeschätzt werden soll. Zu diesem Zweck muß das Verhältnis  $a$  ermittelt werden. Der Koeffizient  $K_{10}^e$  ergibt sich aus den Gln. (11 a) und (19) zu

$$K_{10}^e = \frac{g_0}{g_1} \left( \frac{h \nu}{k T_e} + 1 \right) \sqrt{\frac{8 k T_e}{\pi m_e} Q_e}. \quad (21)$$

Bei der Zahl der Atom- bzw. Molekülstoßlösungen verwendet man den „effektiven Auslösungsquerschnitt“  $q_A$ , der auf Messungen der Auslösung von Resonanzstrahlung bei Anwesenheit von Fremdgasen beruht und folgendermaßen definiert ist:

$$n_A K_{10}^A = n_A q_A \sqrt{\frac{8 k T_A}{\pi} \left( \frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_K} \right)} \approx n_A q_A \sqrt{\frac{16 k T_A}{\pi m_A}}, \quad (22)$$

wobei  $m_K$  die Masse des Alkaliatoms angibt und  $m_A \approx m_K$  ist. Für  $a$  erhält man dann folgenden Ausdruck:

$$a = \frac{g_1}{g_0} \cdot \frac{n_A q_A}{n_e Q_e} \sqrt{\frac{2 m_e T_A}{m_A T_e}} \left( \frac{h \nu}{k T_e} + 1 \right). \quad (23)$$

Unter Verwendung der in LANDOLT-BÖRNSTEIN<sup>8</sup> und TSUCHIYA<sup>11</sup> angegebenen Querschnitte ( $Q_e = 3 \cdot 10^{-15}$  cm<sup>2</sup> für Elektronen,  $q_A \approx 10^{-19}$  cm<sup>2</sup> für Argon,  $q_N \approx 10^{-15}$  cm<sup>2</sup> für Stickstoff) können wir hiermit abschätzen, unter welchen Bedingungen die Besetzung des Resonanzzustandes der Alkaliatome mehr durch Elektronenstoßprozesse als durch Atomstoßprozesse bestimmt wird. Die angegebenen Querschnitte gelten für die Na-D-Linien, doch dürften die entsprechenden Werte für das Kaliumresonanzdoublott, das bei unseren Messungen verwendet wird, von der gleichen Größenordnung sein. Mit dieser Annahme ist in Abb. 3  $a$  als Funktion der Gastemperatur dargestellt, und zwar für ein Plasma, an dem die später beschriebenen Messungen durchgeführt wurden: Es besteht aus Argon bei Atmosphärendruck und einem Kaliumzusatz von 0,2%, dessen Ionisationsgrad im Gleichgewicht mit  $T_e$  durch die Saha-Gleichung gegeben ist. Da geringe Stickstoffverunreinigungen im Experiment auftreten

<sup>10</sup> M. A. LUTZ, Radiant Energy Loss from a Caesium Argon Plasma to an infinite Plane Parallel Enclosure, AVCO-Everett Research Laboratory, Res. Rep. 175 [1963].

<sup>11</sup> S. TSUCHIYA, Bull. Chem. Soc. Japan 37, 828 [1964].

können, wurde ein Stickstoffzusatz im Bereich von  $10^{-3}\%$  bis 1% als Parameter berücksichtigt. Die Berechnungen wurden für den Fall durchgeführt, daß Elektronentemperatur und Gastemperatur gleich sind. Unter den experimentellen Bedingungen bei einer Gastemperatur von  $2000^{\circ}\text{K}$  und einer Stickstoffverunreinigung geringer als  $10^{-2}\%$  ergibt sich, daß die Elektronenstoßprozesse überwiegen. Die Besetzungs- und damit auch die Umkehrtemperatur ist deshalb gleich der Elektronentemperatur. Erhöht sich die Elektronentemperatur über die Gastemperatur, dann vergrößert sich das Gewicht der Elektronenstoßprozesse noch weiter.

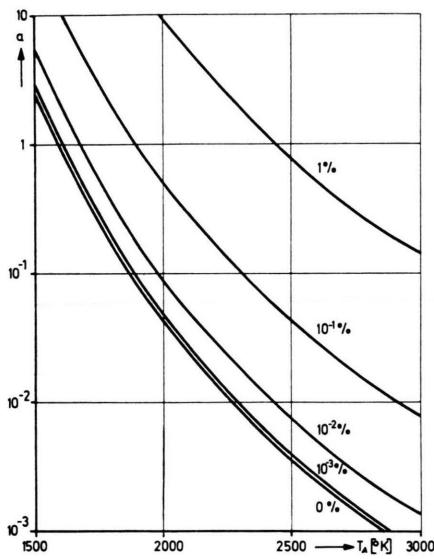


Abb. 3. Verhältnis der Atom- zu den Elektronenstoßlösungen des Resonanzniveaus bei verschiedenen Stickstoffzusätzen.

Abschließend gehen wir noch auf die Frage ein, inwieweit das zugrunde gelegte 2-Niveau-Atommodell berechtigt ist. Bisher wurden zur Berechnung

Aufgelöst nach  $n_1/n_0 = b_1(T_{\text{b}1})$  lautet Gl. (24) nun:

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{b_1(T_e)}{1 + (1 - V_1)/W} \left( 1 + \sum_{m \geq 2} \frac{b_m(T_e)}{b_1(T_e)} \left[ \left( 1 - \frac{\varrho_m}{\varrho_0} \right) \frac{K_{m0}^e}{K_{10}^e} - (1 - V_m) \frac{\varrho_m}{\varrho_0} \frac{A_{m0}}{A_{10}} \frac{1}{W} \right] \right). \quad (25)$$

Auf Grund von Rechnungen an Wasserstoff und wasserstoffähnlichen Atomen durch McWHIRTER u. a.<sup>12</sup> weiß man, daß im allgemeinen gilt:

$$\varrho_0 = \frac{n_0}{(n_0) \text{Gl.}} \geqq \frac{n_m}{(n_m) \text{Gl.}} = \varrho_m \quad \text{oder} \quad 0 < \frac{\varrho_m}{\varrho_0} \leqq 1.$$

<sup>12</sup> R. W. P. McWHIRTER u. A. G. HEARN, Proc. Phys. Soc., London **82**, 641 [1963].

des Besetzungsverhältnisses nur die Übergänge zwischen Grund- und Resonanzniveau der Alkaliatome betrachtet. Es soll nun untersucht werden, ob im vorliegenden Fall die Übergänge zu und von den höheren Niveaus vernachlässigt werden können.

Will man diese Übergänge berücksichtigen, dann ist für jedes einzelne Niveau eine Besetzungsbilanz aufzustellen. Abgesehen von den Ionisationsprozessen und den Atomstoßübergängen lautet die Gleichung für den Grundzustand:

$$n_0 [n_e K_{01}^e + b(T_{\text{r}1}) A_{10} + \sum_{m \geq 2} n_e K_{0m}^e + \sum_{m \geq 2} b(T_{\text{r}m}) A_{m0}] = n_1 [n_e K_{10}^e + A_{10}] + \sum_{m \geq 2} n_m (n_e K_{m0}^e + A_{m0}). \quad (24)$$

Zu den schon bisher berücksichtigten 4 Ausdrücken treten jetzt jeweils die Summen aller Übergänge zwischen dem Grundzustand und den höheren angeregten Zuständen, deren Besetzungszahlen  $n_m$ , Übergangskoeffizienten  $K_{0m}^e$ ,  $A_{0m}$  usw. und deren zugehörige Strahlungsintensitäten durch eine Temperatur  $T_{\text{r}m}$  analog zur Strahlungstemperatur  $T_r$  des Resonanzdoublets charakterisiert sind. Bei dem laufenden Index  $m$  bedeutet  $m=0$  den Grundzustand. Mit Hilfe der Beziehungen zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten schreiben wir Gl. (24) um und benutzen die folgenden Abkürzungen:

$b_m(T_e)$

Boltzmannsches Besetzungsverhältnis des  $m$ -ten Niveaus zur Besetzung des Grundzustandes, im thermischen Gleichgewicht bei  $T_e$ ,

$b_m(T_{bm})$

Tatsächliches Besetzungsverhältnis des  $m$ -ten Niveaus zum Grundzustand,

$$\varrho_m = \frac{(n_m) \text{Gl.}}{n_m}$$

Abweichung der Besetzung des  $m$ -ten Niveaus von dessen Besetzung im thermischen Gleichgewicht bei  $T_e$ ,

$$V_m = \frac{b_m(T_{\text{r}m})}{b_m(T_{\text{bm}})}$$

Abweichung der mittleren Strahlungsintensitäten von der Hohlraumstrahlungsintensität mit der jeweils zugehörigen Besetzungs temperatur  $T_{bm}$ .

Außerdem nehmen mit wachsender Termhöhe sowohl die Anregungsquerschnitte als auch die Übergangswahrscheinlichkeiten ab, so daß:

$$\left( 1 - \frac{\varrho_m}{\varrho_0} \right) \frac{K_{m0}^e}{K_{10}^e} < \frac{K_{m0}^e}{K_{10}^e} < 1 \quad \text{und auch}$$

$$(1 - V_m) \frac{\varrho_m}{\varrho_0} \frac{A_{m0}}{A_{10}} \frac{1}{W} < \frac{A_{m0}}{A_{10}} \frac{1}{W} < \frac{A_{20}}{A_{10}} \frac{1}{W} \approx 1.$$

Die ganze Korrektursumme in Gl. (25) läßt sich also folgendermaßen abschätzen:

$$\sum_{m<2} \dots < \sum_{m<2} b_m(T_e)/b_1(T_e).$$

Infolge der großen Energieabstände der höheren Niveaus vom Resonanzniveau im Vergleich zu dessen Abstand vom Grundzustand der Alkaliatome und infolge der relativ niedrigen Temperatur unseres Plasmas ist aber die Besetzung der höheren Niveaus verglichen mit der des Resonanzniveaus sehr gering. So ist z. B. für die Kaliumresonanzserie für  $T_e = 2000^\circ\text{K}$

$$b_m(T_e)/b_1(T_e) \sum_{m<2} = (2,5 + 0,12 + 0,02 + \dots) 10^{-4}.$$

Somit ist der Summenausdruck in Gl. (25) klein gegen 1. Die Berücksichtigung der höheren Niveaus bedeutet also in unserem Fall nur eine sehr geringfügige Korrektur der Besetzungsbilanz des 2-Niveau-Atommodells.

Für die Umkehrtemperatur  $T_s$  ergab sich:

$$B_\nu(T_s) = \varepsilon_\nu / \kappa'_\nu = B_\nu(T_b) = \frac{B_\nu(T_e) + a B_\nu(T_A)}{1 + a + (1 - V)/W}.$$

Für die betrachteten Verhältnisse ist  $a < 10^{-1}$ ,  $1 - V < 10^{-3}$  und  $W > 10^{-2}$ , da auch  $B_\nu(T_A) \leq B_\nu(T_e)$  ist, sollte  $B_\nu(T_s)$  in guter Näherung gleich  $B_\nu(T_e)$  und daher die Umkehrtemperatur gleich der Elektronentemperatur sein.

## 2. Die experimentelle Anordnung

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 4 dargestellt. Das Argon wird von zwei Plasmabrennern aufgeheizt, die einander gegenüberstehend in eine Mischkammer brennen. Hier wird es mit Kalium versetzt. Das Gemisch strömt dann über ein Verbindungsrohr durch den eigentlichen Meßkanal ins Freie aus. Das Gas wird in Tantal- bzw. Wolframrohren geführt, die thermisch und elektrisch durch einen Bornitridmantel isoliert sind, der wiederum in Ergan bzw. Magnesiumoxid eingebettet ist. Die ganze Anlage ist in einem Edelstahlgehäuse vakuumdicht aufgebaut. Im Zentrum der Mischkammer

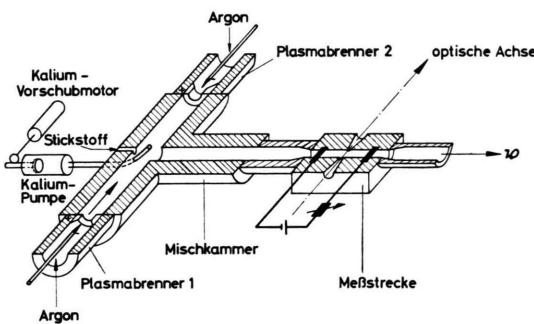


Abb. 4. Experimentelle Anordnung.

wird durch ein vom Plasma aufgeheiztes Wolframröhrchen das Kalium dampfförmig zugesetzt. Durch einen Kolben, dessen Vorschubgeschwindigkeit kontinuierlich regelbar ist, kann der Kaliumzusatz genau eingestellt werden. Um die durch Ungleichförmigkeit des Kolbenvorschubs und durch Siedeverzögerungen auftretenden Schwankungen des Kaliumzusatzes weitgehend auszugleichen, wurde das Wolframrohr mit einer Düse von  $0,15 \text{ mm}^2$  Querschnitt abgeschlossen. Hierdurch war gewährleistet, daß sich in dem oberen heißen Rohrteil eine unter Druck stehende Kaliumdampfatmosphäre ausbilden und als Puffervolumen wirken konnte.

Der Meßkanal (Abb. 5) hat einen rechteckigen Querschnitt von  $1 \times 1,3 \text{ cm}^2$ , er ist 10 cm lang. Seine Wände bestehen aus Bornitrid. Durch den Kanal kann in Strömungsrichtung ein elektrischer Strom geschickt werden. Die Stromzufuhr erfolgt über Tantalelektroden, die quer durch den Kanal ragen. Wolframdrahtsonden ermöglichen es, den Potentialverlauf längs des Kanals zu messen. Zwei gegenüberliegende Öffnungen in den Wänden erlauben optische Beobachtungen und Messungen senkrecht zur Strömungsrichtung.

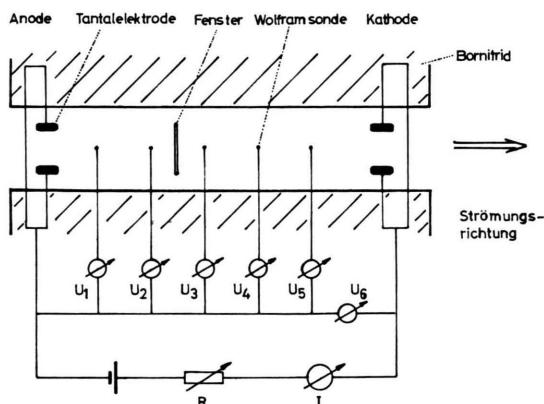


Abb. 5. Meßkanal.

Die Gastemperatur wurde mit Hilfe eines Wolfram-Wolfram-Rhenium-Thermoelementes kontrolliert. Eine zweite Möglichkeit bestand darin, mit der Linienumkehrmethode ohne Stromdurchgang durch das Plasma die Elektronentemperatur zu messen, wobei  $T_e \approx T_{\text{Gas}}$  ist. Diese Umkehrtemperatur lag etwa  $100^\circ\text{K}$  höher als die mit dem Thermoelement gemessene. Da die Temperatur des Thermoelementes jedoch durch Wärmeleitungs- und Strahlungsverluste reduziert wird, ist diese systematische Abweichung verständlich. Durch Verschieben des Thermoelementes konnte eine über den Kanalquerschnitt nahezu konstante Temperatur festgestellt werden. Nur in einer Randschicht von ca. 1 mm Dicke war ein stärkerer Temperaturabfall zu beobachten. Für alle Messungen gelten folgende Bedingungen:

Argondurchfluß:	$14,6 \text{ g/sec}$ ,
Gastemperatur:	$2000^\circ\text{K}$ ,
Gasdruck:	$1,1 \text{ atm}$ ,
Kanalquerschnitt:	$1,3 \text{ cm}^2$ ,
mittlere Geschwindigkeit:	$4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec}$ ,
Kaliumzusatz:	$0,026 \text{ g/sec (0,175\%)}$ .

### 3. Die experimentelle Durchführung der Linienumkehrmethode

#### 3.1. Die Meßanordnung

Die für die Umkehrmethode typische Anordnung ist in Abb. 6 skizziert. Das Licht einer Wolframbandlampe wird in die Achse des Meßkanals fokussiert und zusammen mit dem Licht des Plasmas unter demselben Raumwinkel auf eine dem untersuch-

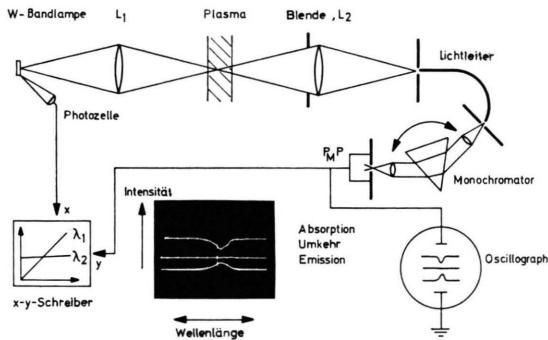


Abb. 6. Anordnung zur Messung der Linienumkehrtemperatur.

ten Plasmaquerschnitt angepaßte Eintrittsöffnung eines Lichtleiters abgebildet. Von der spaltförmigen Ausgangsöffnung des Lichtleiters wird es dann auf den Eingangsspalt eines Zeiß MG 4-Monochromators fokussiert. Das spektral aufgelöste Licht wird von einem RCA 7102-Photomultiplier registriert. Die Wellenlängeneinstellung des Monochromators kann von einem Motor mit variabler Geschwindigkeit ständig durch den interessierenden Spektralbereich hindurchgedreht werden. Es besteht so die Möglichkeit, den Intensitätsverlauf der Linie in Emission, Absorption und in der Nähe der Umkehrintensität als Funktion der Wellenlänge oszillographisch (siehe Abb. 6) — oder nach einer geeigneten Verstärkung — mit Hilfe eines XY-Schreibers zu registrieren (siehe Abb. 7). Eine schnelle und genaue Bestimmung der Umkehrtemperatur ist unter Ausnutzung der in Abb. 1 dargestellten Zusammenhänge möglich: Die vom Photomultiplier registrierte Intensität  $J_\nu$  wird als Funktion der Wolframbandlampenintensität  $B_\nu(T_s)$ , die mit Hilfe einer zusätzlichen Photozelle direkt gemessen wird, aufgetragen, und zwar einmal bei einer festen Wellenlängeneinstellung des Monochromators außerhalb der Linie und ein zweites Mal innerhalb der Linie. Der Schnittpunkt der beiden Geraden, die man so erhält, liefert die Umkehrintensität der Wolframbandlampe (siehe

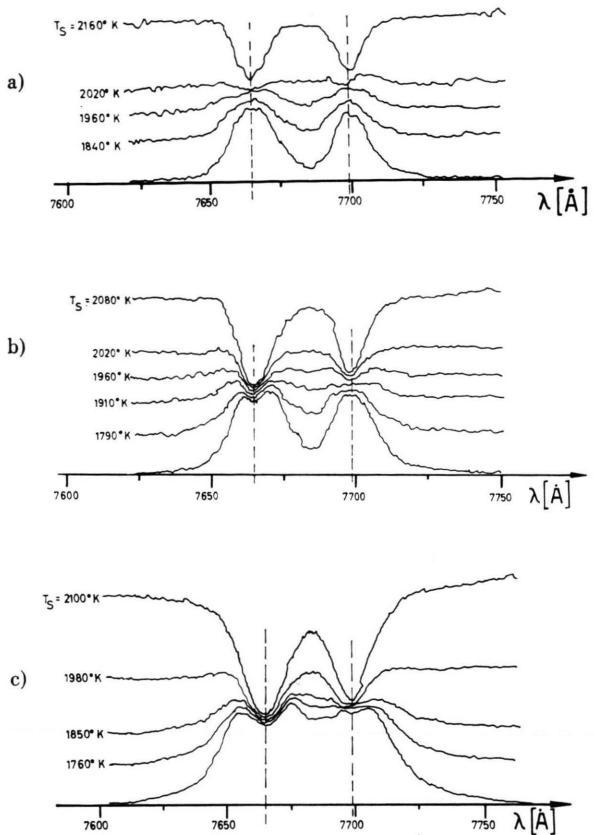


Abb. 7. Das Kaliumresonanzdoublett bei verschiedenen Intensitäten der Wolframbandlampe und 3 verschiedenen Kaliumkonzentrationen. a: 0,1%; b: 0,2%; c: 0,5%.

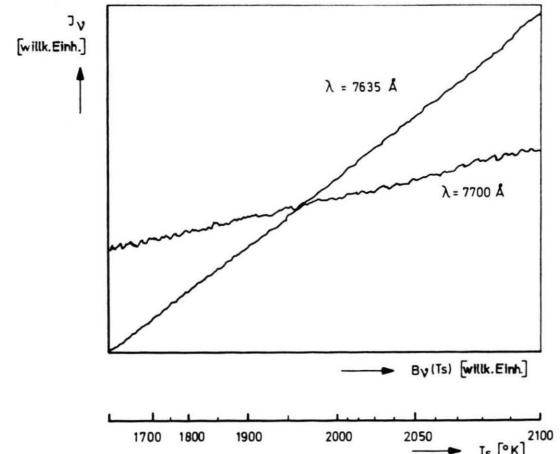


Abb. 8. Das „Schnittpunkt“-Verfahren zur Messung der Linienumkehrtemperatur.

Abb. 8). Man kann die  $B_\nu(T_s)$ -Achse unmittelbar in Temperaturen eichen, so daß die Umkehrtemperatur sofort abgelesen werden kann. Der Vorteil die-

ses „Schnittpunktverfahrens“ liegt vor allem darin, daß die Umkehrtemperatur mit geringem Aufwand verhältnismäßig schnell gemessen werden kann. Die benötigte Zeit richtet sich danach, wie schnell die Intensität des Vergleichsstrahlers verändert wird: In unserem Fall in 1–2 sec bei Registrierung auf einem Moseley-XY-Schreiber. Diese Zeit könnte man jedoch durch Anwendung rotierender Sektorblenden oder ähnlicher Anordnungen, mit denen die Intensität auf definierte Weise verändert werden kann, und oszillographische Registrierung um einige Größenordnungen steigern. Ein weiterer Vorzug dieses Verfahrens besteht darin, daß – genügendes Auflösungsvermögen des Monochromators vorausgesetzt – auch die optische Schichtdicke des Plasmas im verwendeten Frequenzintervall leicht bestimmt werden kann (vgl. Abb. 1).

### 3.2. Der Einfluß der optischen Schichtdicke

In Kapitel 2 wurde gezeigt, daß die Umkehrtemperatur nur dann gleich der Elektronentemperatur ist, wenn die Elektronenstoßlösungen des Resonanzniveaus wesentlich häufiger sind als die Differenz zwischen der Zahl der spontanen Emissionen und Absorptionen an Resonanzstrahlung. In dem von uns untersuchten Argon-Kalium-Plasma wird die Zahl der Elektronenstoßprozesse erst bei Elektronentemperaturen größer als 3000 °K häufiger als die Zahl der spontanen Emissionen. Im uns interessierenden Bereich muß deshalb das Plasma für die Kaliumresonanzlinien optisch dick sein. Aus diesem Grund war es notwendig, die optische Schichtdicke des Plasmas bei dem verwandten Kaliumzusatz von  $n_K = 7 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  zu prüfen. Bei diesem Kaliumzusatz ist die optische Schichtdicke in den Linienmitteln des Kaliumresonanzdoublets mit dem „Schnittpunktverfahren“ zu größer als 2 bestimmt worden. Wegen des begrenzten Auflösungsvermögens des Monochromators wurden hierbei jedoch auch Frequenzbereiche der Linie erfaßt, für die das Plasma optisch dünn ist, so daß die hier ermittelte optische Schichtdicke wesentlich niedriger ist als die tatsächliche optische Schichtdicke in den Linienmitteln. Bei geringer optischer Schichtdicke wird erwartet, daß die gemessene Umkehrtemperatur bei  $T_e < 3000 \text{ °K}$  niedriger als die Elektronentemperatur ist. Diese Aussage wurde experimentell geprüft, indem die optische Schichtdicke für die zu untersuchenden Linien verändert wurde. Zu diesem Zweck wurde dem Kalium ein geringer Zusatz von 1% Na beigegeben ( $n_{Na}$

$= 7 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ). Bei diesem Natriumzusatz lag die Umkehrtemperatur um 100 °K niedriger als die an den Kaliumresonanzlinien gemessene Temperatur. Wurde die Natriumteilchendichte auf  $7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  erhöht, dann lieferten die Na-Linien die gleiche Umkehrtemperatur wie die K-Linien.

### 3.3. Die Fensterspülung und der Einfluß der Randschichten

Um zu verhindern, daß das Kalium durch die Öffnungen in der Wand des Meßkanals diffundiert und sich auf den Fenstern, die in das Stahlgehäuse der Meßstrecke eingelassen sind, niederschlägt, wird reines Argon durch diese Öffnungen geblasen. Diese Fensterspülung dient außerdem dazu, die stark absorbierende, relativ kalte Randschicht des Plasmas zu verdrängen. Abb. 9 zeigt deutlich, wie zunächst bei sehr geringer Fensterspülung die Linien des Kaliumresonanzdoublets fast vollständig selbstabsorbiert sind. Lediglich die Strahlung in den Linienflügeln, die von den kälteren Randschichten nicht mehr absorbiert werden kann, dringt nach außen. Bei stärkerer Fensterspülung steigt auch die Umkehrtemperatur von zunächst viel zu kleinen Werten rasch an. Sie erreicht dann einen innerhalb der Meßgenauigkeit konstanten Wert, der ab 1,5 g Argon pro sec durch die beiden Fenster von je  $2 \text{ mm}^2$  Fläche auch durch eine starke Erhöhung des Gasdurchsatzes durch die Fenster nicht mehr zu steigern ist. Eine gewisse Selbstumkehr der Linien bleibt jedoch bestehen. Offensichtlich ist noch ein geringes Temperaturprofil vorhanden. Dies zeigt sich bei der Bestimmung der Umkehrtemperatur darin, daß die Umkehrbedingung für die verschiedenen Bereiche der Linie nicht mehr bei einer einheitlichen Vergleichstemperatur erfüllt ist, wie es für ein homogenes Plasma erwartet wird. Dazu betrachten wir bei einem Auflösungsvermögen von etwa 8 Å das Kaliumresonanzdoublett in Emission, Absorption und in der Nähe des Umkehrpunktes für verschiedene Intensitäten des Vergleichsstrahlers (Abb. 7). Diese Photometerkurven wurden graphisch ausgewertet, die gefundenen Umkehrtemperaturen sind in Abb. 10 als Funktion der Wellenlänge dargestellt. Die Linienflügel liefern also eine bis zu 100 °K höhere Temperatur als die Linienmittlen. Da die Linienflügel durch die Absorption in den Randschichten praktisch nicht beeinflußt werden, ist zu erwarten, daß deren Umkehrtemperatur der Temperatur in den inneren Bereichen des Kanals entspricht, wäh-

rend die Umkehrtemperatur der Linienmitten infolge der Selbstabsorption entsprechend dem Temperaturprofil reduziert ist.

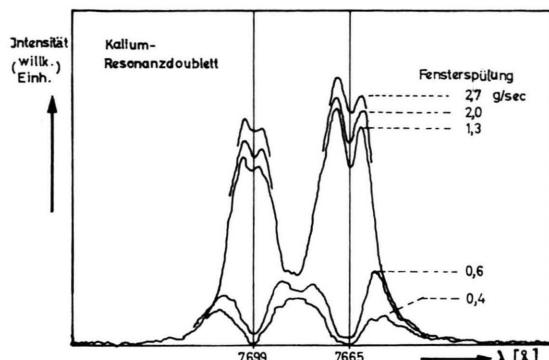


Abb. 9. Das Kaliumresonanzdoublett bei verschiedener Fensterspülung.

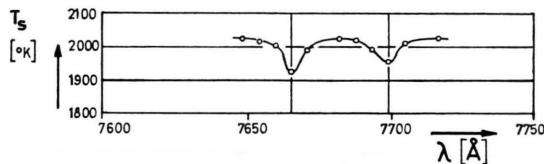


Abb. 10. Umkehrtemperatur als Funktion der Wellenlänge.

#### 4. Die Messung der Elektronentemperaturerhöhung

Bei Stromdurchgang durch das Argon-Kalium-Plasma wird die Elektronentemperatur über die Gas-temperatur erhöht. Um die Abhängigkeit der Elektronentemperatur von der elektrischen Stromdichte zu messen, wurde durch den Meßkanal in Strömungsrichtung ein elektrischer Strom geschickt. Die Stromzufuhr erfolgt über zwei jeweils parallel geschaltete Elektrodenpaare (vgl. Abb. 5), damit eine möglichst homogene Stromdichteverteilung erzielt wird. Die Messungen wurden in dem Teil der Entladung durchgeführt, in dem sich keine Elektrodeneffekte bemerkbar machen. Dies wurde durch eine Messung des Potentialverlaufs zwischen den beiden Elektrodenpaaren mittels statischer Sonden überprüft. Bei der Berechnung der mittleren Stromdichte  $j = I/F$  wurde eine nichtleitende Randschicht von 1 mm Dicke berücksichtigt, die sich aus Messungen des Temperaturprofils ergab. Zum Vergleich sind in Abb. 10 auch Kurven angegeben, die mit Grenzschichtdicken von 0,5 und 1,5 mm berechnet wurden. Da man infolge des ungünstigen Verhältnisses zwi-

schen Oberfläche und Volumen des Kanals nur einen verhältnismäßig groben Mittelwert der Stromdichte kennt, wurden in Abb. 11 nur die mittleren Umkehrtemperaturen zwischen Linienflügeln und Linienmitte eingetragen.

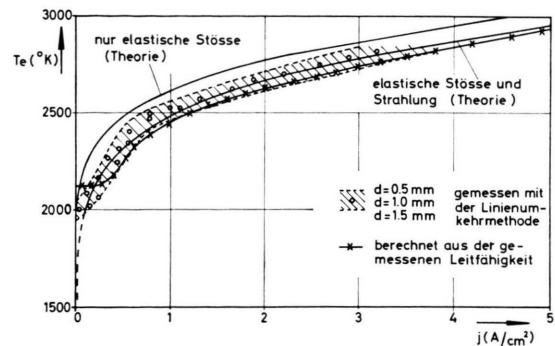


Abb. 11. Die Elektronentemperatur als Funktion der mittleren Stromdichte.

Neben den Messungen der Elektronentemperaturerhöhung mit Hilfe der Linienumkehrmethode wurde auch die Erhöhung der elektrischen Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Stromdichte bestimmt. Sie wurde mittels des Ohmschen Gesetzes  $j = \sigma E$  aus der gemessenen elektrischen Feldstärke und der mittleren Stromdichte berechnet. Die Ergebnisse stimmen quantitativ mit denen von ZUKOSKI, COOL und GIBSON<sup>13</sup> überein, die unter den gleichen Bedingungen wie wir die Leitfähigkeit bestimmten. Um nun diese Messungen mit dem Verlauf der Elektronentemperatur in Abhängigkeit von der elektrischen Stromdichte vergleichen zu können, wurde aus der gemessenen Leitfähigkeit mit Hilfe der Saha-Gleichung die entsprechende Elektronentemperatur berechnet und ebenfalls in Abb. 11 angegeben.

Die Übereinstimmung zwischen den beiden verschiedenen Methoden in der Bestimmung der Elektronentemperatur ist sehr gut. Lediglich im Stromdichtebereich unterhalb  $0.5 \text{ A/cm}^2$  liegt die aus  $\sigma$  berechnete Temperatur höher als die mit der Umkehrtemperatur bestimmte. Der Grund dafür dürfte darin liegen, daß man in diesem Bereich eine entsprechend der lokalen Elektronentemperatur zu hohe Ladungsträgerdichte hat, die infolge endlicher Rekombinationszeiten aus dem heißen Aufheizsystem des Plasmas von der Strömung in den Meßkanal mitgeführt wird.

<sup>13</sup> T. COOL u. E. ZUKOSKI, Phys. Fluids **9**, 780 [1966].

Die gemessene Elektronentemperatur entspricht auch gut dem theoretischen Verlauf. Dieser ergibt sich aus der Energiebilanz der Elektronen, die unter Vernachlässigung der Wärmeleitungsverluste lautet:

$$j^2/\sigma = n_e \nu_e (m_e/m_A) 3 k (T_e - T_A) + R(T_e), \quad (26)$$

wobei angenommen wird, daß die Elektronendichte  $n_e$  im Gleichgewicht mit  $T_e$  durch die Saha-Gleichung gegeben ist.  $j^2/\sigma$  bedeutet die den Elektronen pro sec und  $\text{cm}^3$  zugeführte Energie, der erste Term der rechten Seite den Energieverlust durch elastische Stöße mit Atomen ( $\nu_e$ : Stoßfrequenz der Elektronen,  $T_e$  bzw.  $T_A$ : Temperatur der Elektronen bzw. der Atome, für die jeweils eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverhältnis vorausgesetzt wird, und  $m_e/m_A$ : Massenverhältnis). Der zweite Term  $R(T_e)$  stellt die Energie dar, die die Elektronen bei unelastischen Stößen verlieren, die also in Form von Strahlung verlorengeht.

ZUKOSKI, COOL und GIBSON<sup>13</sup> berücksichtigen den Strahlungsverlust, indem sie für verschiedene Kaliumlinien den totalen Strahlungsfluß, der aus dem Plasma austritt, berechnen und den gesamten Strahlungsverlust über das ganze Volumen mitteln. Sie verwenden dabei als Wahrscheinlichkeiten dafür, daß ein Lichtquant ohne Reabsorption nach außen dringt, Werte, die von HOLSTEIN<sup>14</sup> im Fall eines homogenen, aber nichtstationären, zerfallenden Plasmas für verschiedene Geometrien und Verbreiterungsmechanismen berechnet worden sind.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit legen nun eine einfache Abschätzung des Strahlungsverlustes mit Hilfe experimentell ermittelter Werte auf Grund der folgenden Tatsachen nahe: Der wesentliche Teil der Strahlungsverluste erfolgt im Bereich des Kaliumresonanzdoublets, da die Photoprozesse zwischen dem Resonanz- und dem Grundzustand alle anderen weit überwiegen. Man kann sich deshalb auf diese Linien beschränken. Außerdem ist das Plasma in der Mitte der Linien optisch dick und erreicht dort praktisch die Intensität eines schwarzen Körpers bei der Elektronentemperatur. In Anbetracht der großen optischen Dicke kann auch Isotropie vorausgesetzt werden. Deshalb ist die pro Flächeneinheit durch die Plasmaoberfläche tretende Strahlungsleistung:

$$\frac{dE}{dt dF} = \pi \int J_\lambda d\lambda.$$

Das Integral der Intensität über den Linienbereich kann man durch ein Rechteck geeigneter Breite  $\Delta\lambda$ , dessen Höhe gleich der Maximalintensität ist, ersetzen:

$$\int J_\lambda d\lambda \approx J_{\lambda, \max} \Delta\lambda \approx B_\lambda(T_e) \Delta\lambda.$$

Die erforderliche Breite  $\Delta\lambda$  wird aus dem experimentell bestimmten Verlauf der Intensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge (Abb. 6) zu insgesamt etwa  $\Delta\lambda = 40 \text{ \AA}$  für  $T_e = 2000^\circ\text{K}$  bei  $j = 0$  abgeschätzt. Als lokaler Strahlungsverlust wird ebenso wie bei ZUKOSKI<sup>13</sup> der über das Volumen gemittelte totale Strahlungsverlust durch die Oberfläche des strahlenden Volumens verwendet:

$$R(T_e) \approx (F/V) \pi B_\lambda(T_e) \Delta\lambda, \quad (27)$$

wobei  $F/V$  das Verhältnis zwischen Volumen und Oberfläche des Plasmas ist. Der Wert von  $\Delta\lambda$  änderte sich mit zunehmender Elektronentemperatur nur wenig; außerdem werden mit wachsender Elektronentemperatur erhöhung die Strahlungsverluste sowieso klein gegen die elastischen Verluste. Deshalb konnten die Berechnungen mit dem angegebenen, konstanten Wert von  $40 \text{ \AA}$  für die beiden Linien des Kaliumresonanzdoublets durchgeführt werden. Man sieht in Abb. 11, daß die hieraus berechnete Elektronentemperatur erhöhung gut mit den Meßergebnissen sowohl der Linienumkehrmethode als auch der Leitfähigkeitsmessung übereinstimmt. Allerdings versagt diese Methode der Berechnung der Elektronentemperatur bei Stromdichten unterhalb von  $0,1 \text{ A}$  pro  $\text{cm}^2$ . Fließt kein Strom durch das Plasma, dann müßte die Elektronentemperatur so weit unter die Gastemperatur sinken, bis die Strahlungsverluste durch die Energie kompensiert werden, die die Elektronen auf Grund der Temperaturdifferenz  $T_A - T_e$  durch elastische Stöße mit den schweren Teilchen gewinnen. Dieses Absinken der Elektronentemperatur unter die Gastemperatur konnte jedoch jedenfalls nicht in dem erwarteten Ausmaß festgestellt werden. Die Ursache hierfür kann wieder darin liegen, daß infolge der starken Erhitzung des Gases durch die Plasmabrenner die Elektronendichte im Meßkanal höher ist als es der lokalen Elektronentemperatur entspricht. Die Elektronendichte kann dann mit abnehmender Elektronentemperatur nicht unter einen bestimmten Wert sinken. Nimmt man diesen Wert zu etwa  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  an, wie es die Leitfähigkeitsmessungen bei kleinen Stromdichten nahelegen, dann ergibt sich aus der obigen Energiebilanz für  $j = 0$  nur

<sup>14</sup> T. HOLSTEIN, Phys. Rev. **83**, 1159 [1951].

eine Elektronentemperaturerniedrigung von 100 °K. Eine weitere Möglichkeit, die die starke Reduzierung der Elektronentemperatur im Fall  $j=0$  verhindert, besteht darin, daß die obige Rechnung die Strahlungsverluste bei den niedrigen Elektronentemperaturen überschätzt, weil mit abnehmender Elektronentemperatur die Anregung durch Atomstöße an Bedeutung gewinnt und somit der Strahlungsverlust nicht mehr vollständig zu Lasten der Elektronenergie geht. Dieser Problemkreis wird ausführlich in der Arbeit von SCHWENN<sup>15</sup> behandelt.

### 5. Der Einfluß von Stickstoffverunreinigungen

Da ein Zusatz von Molekülgasen den Grad der Elektronentemperaturerhöhung stark herabsetzt, wurde auch der Einfluß von Stickstoffverunreinigungen auf diesen Erhöhungsmechanismus untersucht. Die Effektivität der Elektronentemperaturerhöhung in einem Edelgas beruht darauf, daß die Elektronen ihre aus dem elektrischen Feld gewonnene Energie nur langsam, bei im wesentlichen elastisch verlaufenden Stößen mit Edelgasatomen verlieren; denn die mittlere thermische Energie der Elektronen (0,2 eV) liegt wesentlich unterhalb der niedrigsten Anregungsenergie von Argon (11,5 eV). Bei Molekülgasen dagegen müssen infolge der Anregungsmöglichkeit von Schwingungen und Rotationen auch unelastische Stöße berücksichtigt werden. Hierzu führt man üblicherweise in der Energiebilanz einen formalen Energieverlustfaktor  $\delta$  ein, der angibt, um wieviel höher der mittlere Energieverlust eines Elektrons bei einem Stoß mit einem Molekül ist als bei einem rein elastischen Stoß.

Da bei Anwesenheit von Stickstoff die Messung der Umkehrtemperatur Werte ergab, die in Übereinstimmung mit den Überlegungen von Kap. 1 infolge der Anregungsmöglichkeit der Alkaliatome durch Stickstoffmoleküle offensichtlich zwischen Elektronentemperatur und Gastemperatur lagen, diskutieren wir hier nur die Messungen der elektrischen Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der mittleren Stromdichte bei verschiedenen Stickstoffzusätzen (Abb. 12). Es ergab sich der erwartete Abfall der elektrischen Leitfähigkeit mit wachsender Stickstoffkonzentration. Dieser Abfall war jedoch insbesondere bei geringen

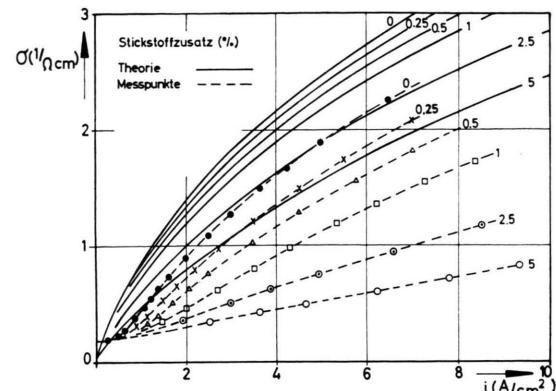


Abb. 12. Die elektrische Leitfähigkeit als Funktion der mittleren Stromdichte bei verschiedenen Stickstoffkonzentrationen.

Stickstoffzusätzen stärker als mit einem Energieverlustfaktor von  $\delta=13$ , wie er von ANDERSON und GOLDSTEIN<sup>16</sup> angegeben wird, berechnet wurde. Es ist aber zu beachten, daß die Angaben über diese Faktoren in der Literatur erheblich voneinander abweichen. Es war in unserem Fall auch gar nicht möglich, einen für alle Stromdichten und Stickstoffkonzentrationen einheitlichen effektiven Energieverlustfaktor zu bestimmen, mit dem sich die experimentellen Werte annähern ließen. Jedenfalls zeigen die Messungen in unserem Fall, daß der mittlere Energieverlust eines Elektrons bei einem Stoß mit einem Stickstoffmolekül höher ist als üblicherweise in der Literatur angegeben ist und wie wichtig es ist, mit einem sehr sauberen Edelgas zu arbeiten, wenn die Elektronentemperaturerhöhung effektiv bleiben soll.

### Schluß

Die durchgeföhrten Berechnungen und Messungen zeigen, daß es möglich ist, in einem Nichtgleichgewichtsplasma, wie es für Edelgas-MHD-Generatoren verwendet werden soll, die Linienumkehrmethode zur Bestimmung der Elektronentemperatur zu verwenden. In dem Gebiet niedriger Stromdichten und entsprechend geringer Elektronendichten unterhalb von etwa  $10^{14}$  pro  $\text{cm}^3$  muß dabei zur Einstellung des lokalen thermischen Gleichgewichts das Plasma für die verwendeten Alkaliresonanzlinien optisch dick sein. Die hierdurch auftretende Schwierigkeit,

<sup>15</sup> R. SCHWENN, Messungen von elektrischer Leitfähigkeit und Elektronentemperatur in einem Argon-Kalium-Plasma bei verschiedenen Gastemperaturen, Institut für Plasmaphysik, Garching, IPP 3/42 [1966].

<sup>16</sup> I. M. ANDERSON u. L. GOLDSTEIN, Phys. Rev. **102**, 2 [1956].

daß kältere Randschichten die Messung verfälschen, kann dadurch umgangen werden, daß man mit einer sauberen, von absorbierenden Atomen freien Fensterspülung den störenden Einfluß dieser Schichten stark reduziert. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Bestimmung der Umkehrtemperatur in den von den Randschichten kaum beeinflußten Linienflügeln durchzuführen. Andererseits erlaubt gerade die Tatsache, daß das Plasma für die Kaliumresonanzlinien optisch dick ist und die Strahlung hier annähernd Hohlraumstrahlungsintensität bei der Elektronentemperatur erreicht, eine sehr einfache Abschätzung des Strahlungsverlustes, wenn man den spektralen Intensitätsverlauf experimentell bestimmt. Die Messungen ergaben, daß der mit Hilfe der Linienumkehr-

methode ermittelte Elektronentemperaturverlauf in Abhängigkeit von der mittleren elektrischen Stromdichte in guter Übereinstimmung mit dem aus den Leitfähigkeitswerten und aus der Theorie berechneten Verlauf steht.

Herrn Prof. Dr. R. WIENECKE danken wir für die Anregungen und die Förderung dieser Arbeit. Für die Einführung in diesen Problemkreis sind wir Herrn Prof. Dr. R. H. EUSTIS (Stanford University, USA) zu Dank verpflichtet. Herrn P. REINHOLD danken wir für die Mithilfe bei der Entwicklung und Ausführung der Experimente.

Die vorstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Plasmaphysik durchgeführt.

## Photon-Counting as a Technique for Determining Correlations in a Plasma

B. CROSIGNANI and P. DI PORTO

Fondazione U. Bordoni, Istituto Superiore P. T., Rome, Italy,

and F. ENGELMANN

Laboratori Gas Ionizzati (Associazione EURATOM-CNEN), Frascati, Rome, Italy

(Z. Naturforsch. 23 a, 743—751 [1968]; received 30 January 1968)

It has been suggested<sup>1</sup> that counting photons scattered from a single-mode laser beam passing through a plasma, may be used for determining correlations in the plasma. Higher-order moments of the distribution of photon counts are related to an ensemble average of higher-order products of the electric field. Hence, this method yields also information about higher-order correlations of the electron density fluctuations, in contrast with the measurement of the scattering cross section which depends only on second-order correlations. In this paper, the connection between the statistics of photon counts and the properties of electron density fluctuations is discussed in detail, concentrating on the first and second moment of the photon count distribution. The incident wave is assumed to be plane and ideally monochromatic. For stable plasmas in a steady state, the results are written in terms of the distribution functions of the electron and ion velocities. Weakly turbulent unstable plasmas in the phase of exponential growth are also considered, using as a characteristic parameter the spectrum of the electric micro-field.

### 1. Introduction

Utilizing the highly monochromatic, intense light sources provided by lasers, it has become possible to obtain the spectrum of electron density fluctuations in a plasma, which is equivalent to determining the second-order density correlations in space and time, through the measurement of the cross section for light scattering<sup>2, 3</sup>. On the other hand, the light generated by a laser in continuous opera-

tion has also a high degree of *coherence*, owing to the constancy of its frequency and intensity (of which no use is being made in scattering experiments aiming at the determination of the cross section). This property suggests that it should also be possible to determine *higher-order correlations* of the electron density in a plasma from the scattering of laser light. One way to achieve this is by investigating the *statistics of the scattered photons*, which can be done by *photon-counting*<sup>1</sup>. The method is

<sup>1</sup> B. CROSIGNANI and P. DI PORTO, Phys. Lett. 24 A, 69 [1967].

<sup>2</sup> See, e. g., G. BEKEFI, Radiation Processes in Plasma, J. Wiley, New York 1966.

<sup>3</sup> I. B. BERNSTEIN, S. K. TREHAN, and M. P. H. WEENINK, Nucl. Fusion 4, 61 [1964].